Free Vibration of (FODS)system

مسألة 1 :

يتعرض الإطار المبين في الشكل إلى شروط ابتدائية $y_0=10cm$, $v_0=0.15m/sec$، باعتبار الجائز صلب جداً بالمقارنة مع الأعمدة، حيث العمود C_1 ذو مقطع فولاذي حلقي بقطر خارجي $D=20cm$ وسماكة $t=1.5cm$ وعامل مرونة $E=200GPa$، والعمودان C_2 و C_3 ذوا مقطع مربع معدني طول ضلعه $b=10cm$ وعامل مرونة $E=40GPa$، والعمود C_4 ذو مقطع بيتوني مستطيل أبعاده $20X40cm$ وعامل مرونة $E=20.1GPa$ وأبعاد العمودين موضحة في الشكل، وصلابة النوابض $k_{s1}=1\ kN/m$, $k_{s2}=1.5\ kN/m$, $k_{s3}=3\ kN/m$ وباعتبار نسبة تخامد $\xi=0$ و $\xi=18\%$ والمطلوب:

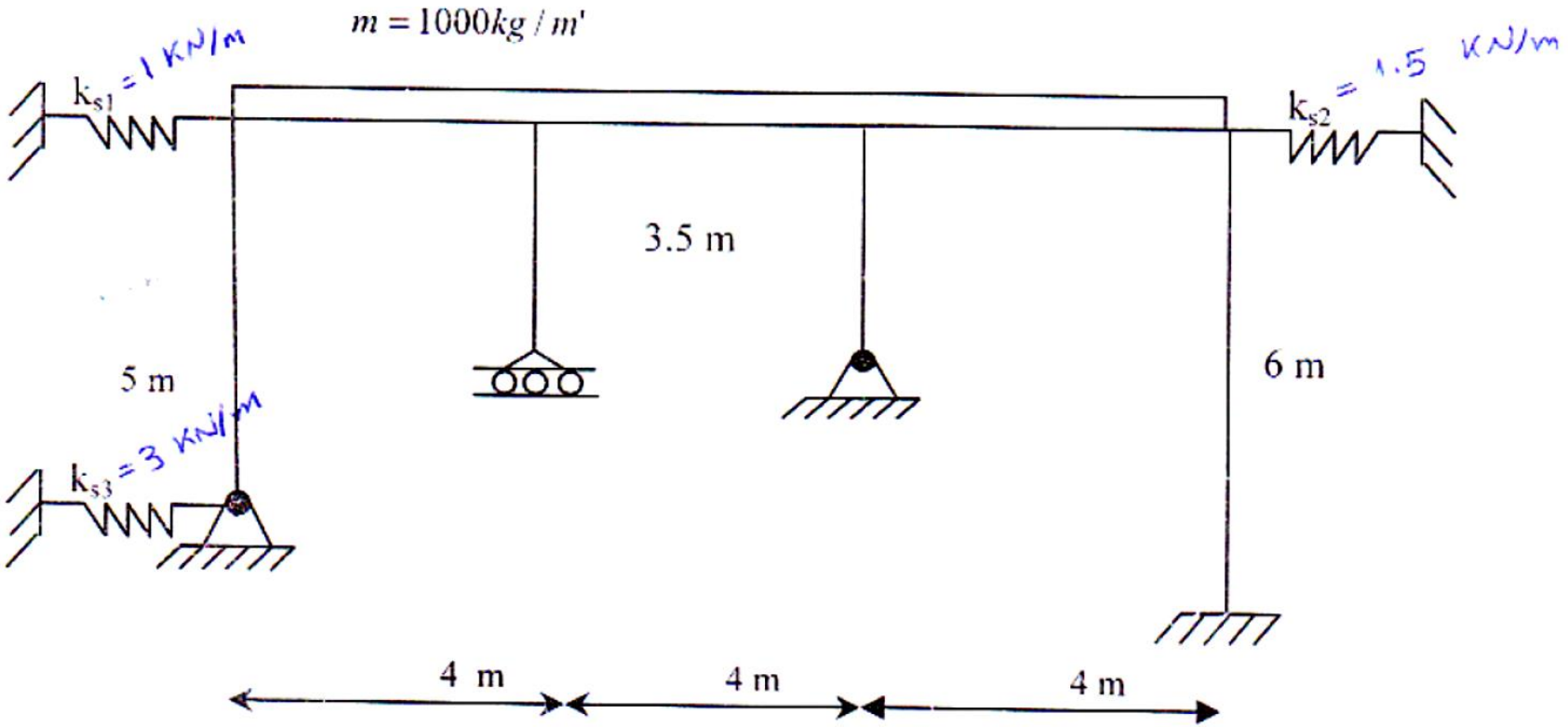
Eng. Suzan Haj Suliman

أ· ارسم النموذج الرياضي لهذا الإطار،

ب· أكتب المعادلة التفاضلية لحركة المنشأ وحلّ هذه المعادلة،

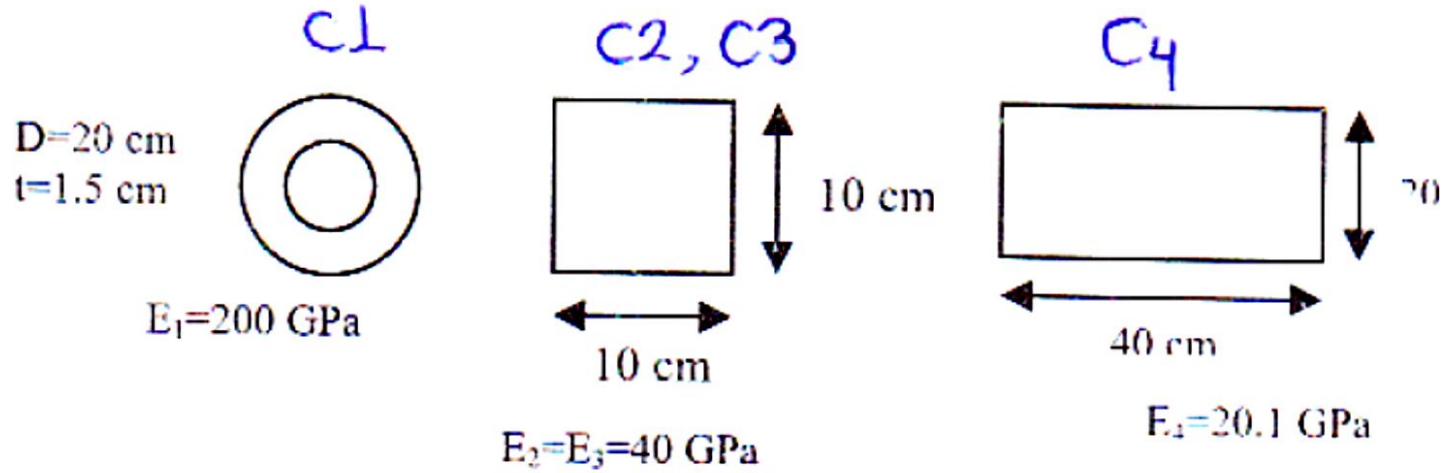
ج· ارسم منحني الاهتزاز في المجال $3T$ $t = 0$ لحالتي التخامد وأوجد قيمة y_{max} لكل حالة منهما،

ث· أوجد التناقص اللوغارتمي بطريقتين، من العلاقة النظرية ومن منحني الاستجابة·



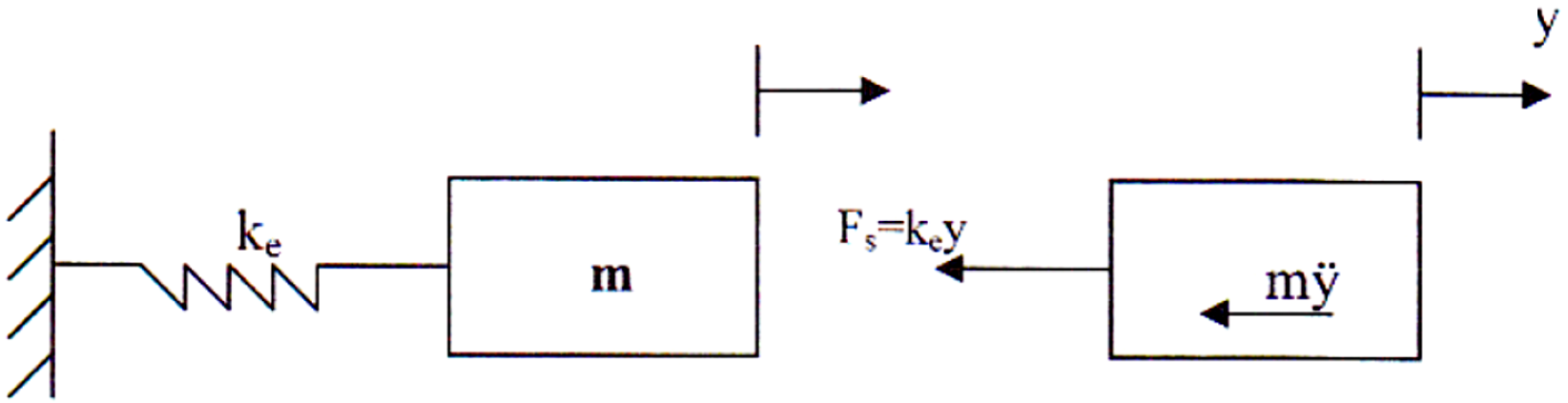
Eng. Suzan Haj Suliman

Eng. Suzan Haj Suliman



الحلّ:

- حالة $\xi=0$:



النموذج الرياضي المكافئ

مخطط الجسم الحرّ

Dynamic Free Body Diagram DFBD

Eng. Suzan Haj Suliman

$$k_e = k_{s1} + k_{s2} + k_{s3} + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

$$I_1 = \frac{\pi}{4}(0.1^4 - 0.085^4) = 3.7541 \times 10^{-5}.m^4$$

$$k_1 = \frac{3E_1 I_1}{h_1^3} = \frac{3 \times 200 \times 10^9 \times 3.7541 \times 10^{-5}}{5^3} = 180196.8\,N/m$$

$k_2 = 0$

$$I_3 = \frac{b^4}{12} = \frac{0.1^4}{12} = 0.8333 \times 10^{-5}.m^4$$

$$k_3 = \frac{3E_3 I_3}{h_3^3} = \frac{3 \times 40 \times 10^9 \times 0.83333 \times 10^{-5}}{3.5^3} = 23323.62N/m$$

$$I_4 = \frac{b.h^3}{12} = \frac{0.2 \times 0.4^3}{12} = 0.0010667.m^4$$

$$k_4 = \frac{12E_4 I_4}{h_4^3} = \frac{12 \times 20.1 \times 10^9 \times 0.0010667}{6^3} = 1191111.11\,N/m$$

k_e=1000+1.5X10^3+180196.8+23323.62+1191111.11=1397131.53 N/m

$$\omega = \sqrt{\frac{k_e}{m}} = \sqrt{\frac{1397131.53}{1000 \times 12}} = 10.79\, rad/\sec$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.582\, Sec$$

$m\ddot{y}+ky=0$ معادلة الحركة: من مخطط الجسم الحرّ

$y(t)=A\cos wt + B\sin wt$ حلها من الشكل: $A=y_0=0.1m$

$$B = \frac{v_0}{\omega} = \frac{0.15}{10.79} = 0.014\, m$$

$y(t)=0.1\cos(10.79\, t) + 0.014\sin(10.79t)$

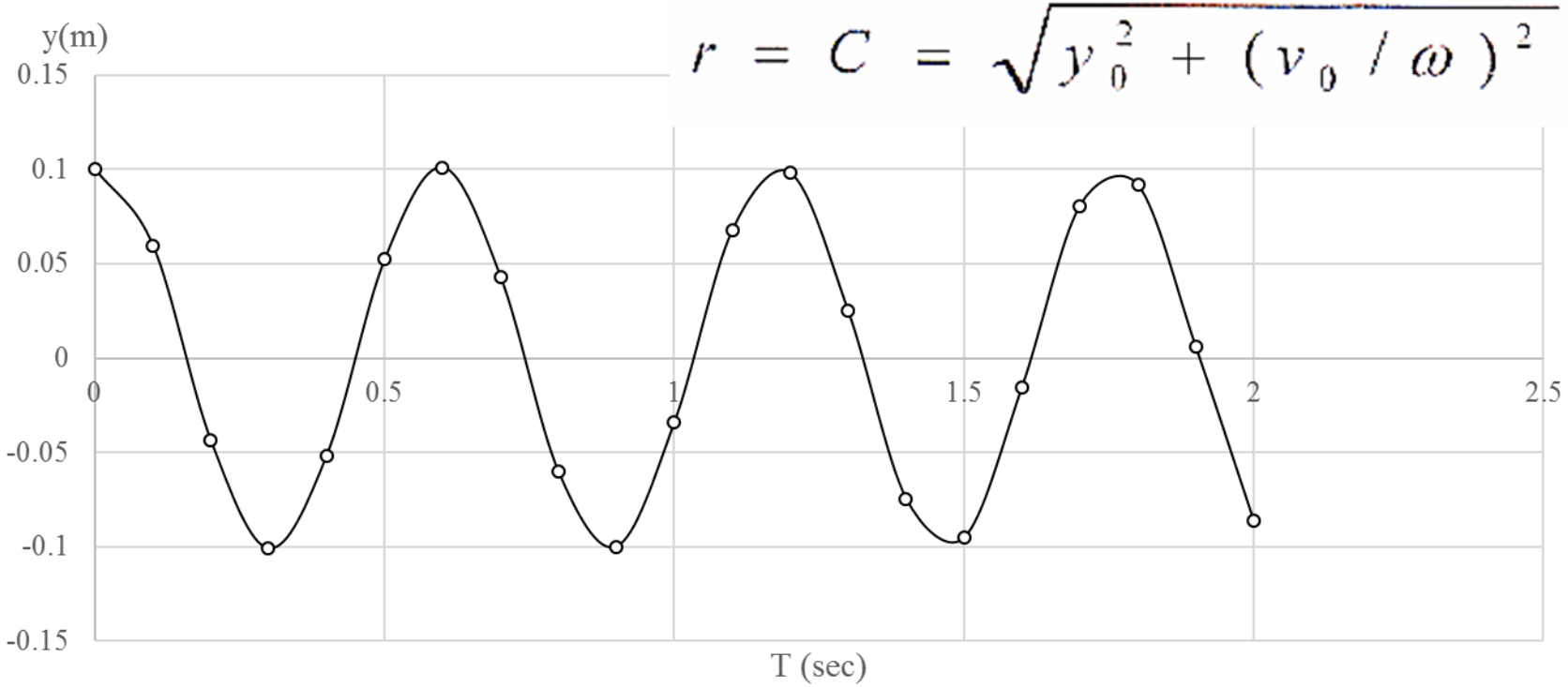
Eng. Suzan Haj Suliman

Eng. Suzan Haj Suliman

t (sec)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y (m)	0.1	0.0602	-0.044	-0.101	-0.052	0.0522

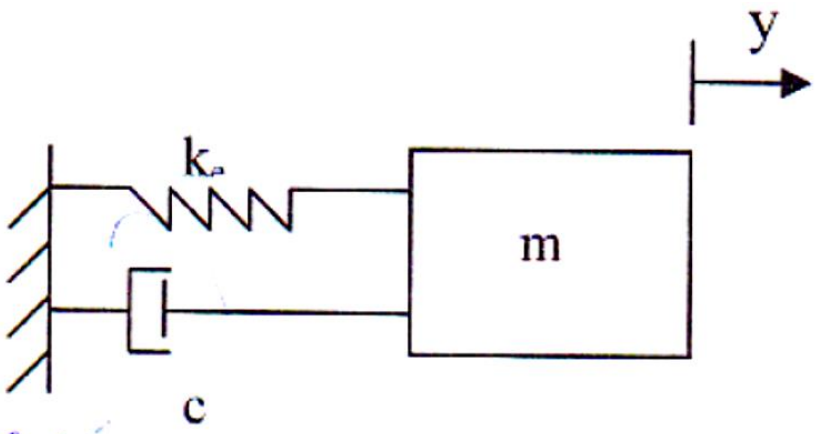
t (sec)	0.6	0.7	0.8	0.9	1
y (m)	0.101	0.044	-0.0602	-0.101	-0.0341

$$r = C = \sqrt{y_0^2 + (v_0 / \omega)^2}$$

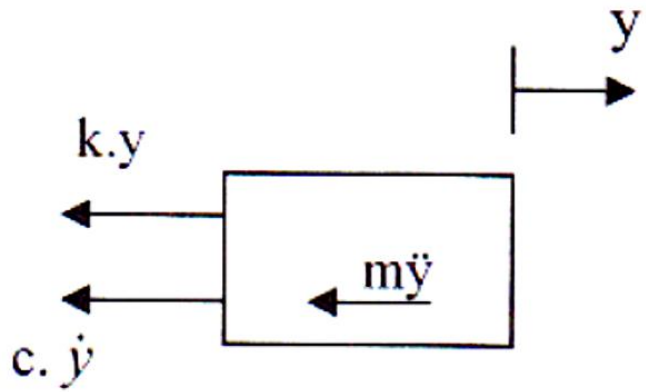


Eng. Suzan Haj Suliman

- حالة ξ=18%:



النموذج الرياضي



مخطط الجسم الحرّ

والتواتر التخامدي: $\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} = 10.79\times\sqrt{1-0.18^2} = 10.614\,rad/\sec$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = 0.592\sec$$

معادلة الحركة: من مخطط الجسم الحرّ:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$$

حلها من الشكل:

$$y(t)=e^{-\xi wt}(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t)$$

Eng. Suzan Haj Suliman

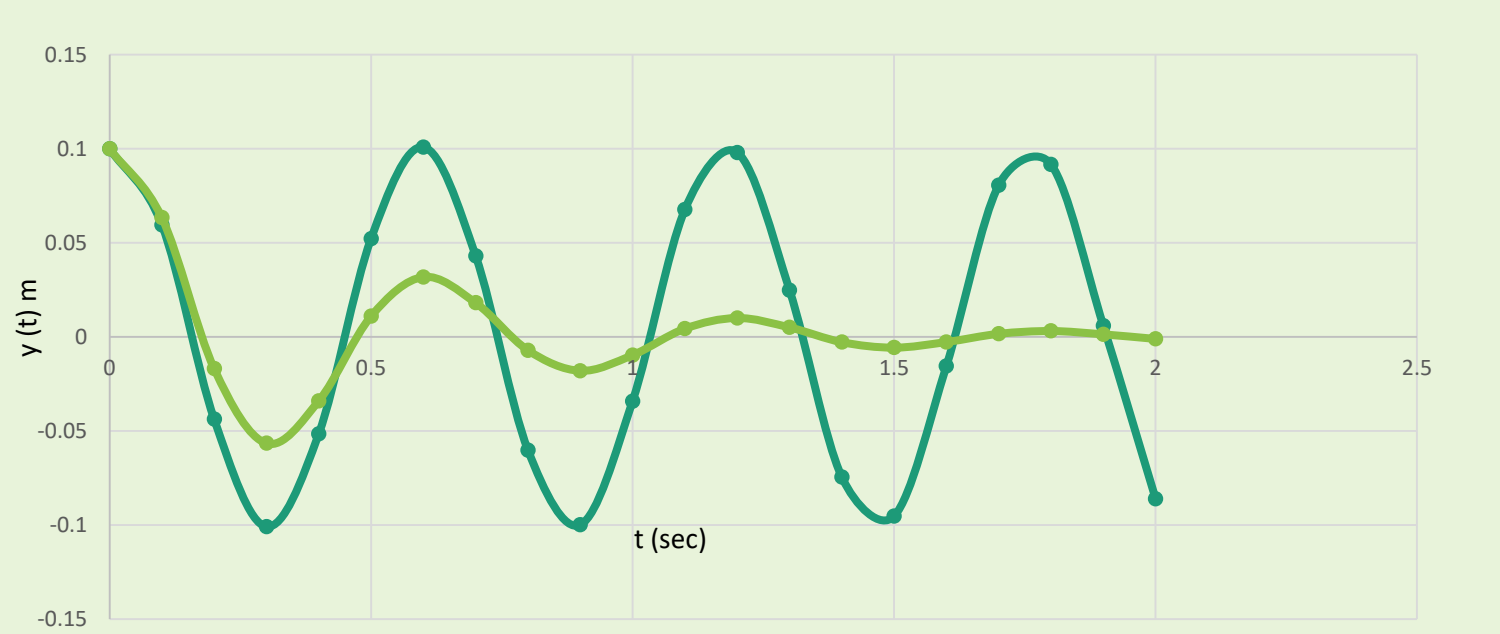
$$A = y_0 = 0.1\ \text{m}$$

$$B = \frac{v_0 + \omega.\xi.y_0}{\omega_D} = \frac{0.15 + 10.79 \times 0.18 \times 0.1}{10.614} = 0.0324\,m$$

$$y(t) = e^{-1.9422t}(0.1\cos(10.614t) + 0.0324\sin(10.614t))$$

t (sec)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Yt (m)	0.1	0.063437	-0.01685	-0.05653	-0.03397	0.011038	0.03189	0.018125	-0.00706	-0.01796	-0.00963

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
0.004438	0.010092	0.005096	-0.00275	-0.00566	-0.00268	0.001684	0.00317	0.001404	-0.00102



يظهر الرسم بوضوح التناقص في السعة وفي قيم Y خلال الأدوار المتتاليـــة بـــسبب وجود التخامد.

نحسب الآن قوة القص القاعدية الأعظمية

$$V_{max} = k_e \, x \, y_{max} = 1397131.53 * 0.101 = 141110.2845 = 141.11 \text{ KN}$$

قوة القص في العمود الأول:

$$V_1 = k_1 \, x \, y_{max} = 180196.8 * 0.101 = 18199.88 \, N$$

قوة القص في العمود الثاني:

$$V_2 = k_2 \, x \, y_{max} = 23323.62 * 0.101 = 2355.7 \, N$$

قوة القص في العمود الثالث:

$$V_3 = k_3 \, x \, y_{max} = 1191111.11 * 0.101 = 120302 \, N$$

يلاحظ أن الصلابة في العمود الموثوق هي الأعظم.

$$Vmax = \sum_{i=0}^{n} Vi$$

$$Vmax = Vc1 + Vs1 + Vc3 + Vs2 + Vc4$$

$$= 18.19988 + 1*0.101 + 2.3557 + 1.5*0.101 + 120.302$$

$$= 141.11 \text{ kN}$$

Eng. Suzan Haj Suliman

$\xi = 0.18$

لحساب التناقص اللوغارتمي من العلاقة النظرية،

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \qquad \delta = 1.1498$$

ومن منحني الاستجابة،

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = 0.592\,\text{sec}$$

$$\delta_1 = \ln\frac{y_1}{y_2} \qquad y_1 = 0.1 \qquad y_2 = 0.032 \qquad \delta_1 = 1.139$$

$$\delta_2 = \ln\frac{y_2}{y_3} \qquad y_2 = 0.032 \qquad y_3 = 0.01 \qquad \delta_2 = 1.163$$

ويكون الوسطي،

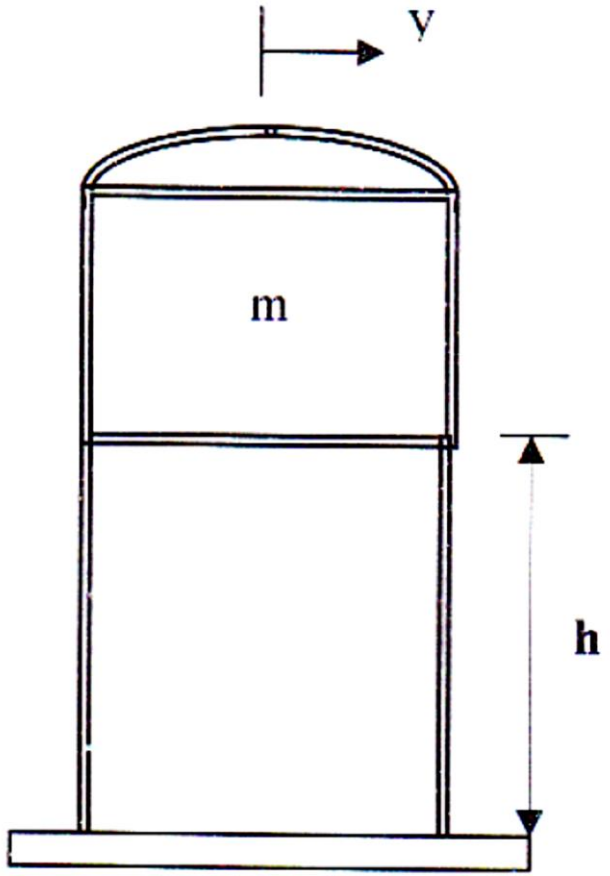
$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \qquad \delta = 1.151$$

ونجد أن الفرق النسبي بين العلاقة النظرية والقيمة الوسطية يساوي 1‰

Eng. Suzan Haj Suliman

مسألة 2 :

وجِدَ أن التواتر الدوراني الطبيعي لخزان ماء يساوي $\omega=25rad/sec$، كما وُجِدَ أيضاً من خلال تجارب على نماذج مصغرة أن تطبيق قوة قدرها $F=450N$ تسبب سرعة اهتزاز متناسبة مع هذه القوة ومقدارها $v=0.0025m/sec$ باعتبار الخزان يستند على أربع أعمدة صلابة الواحد منها يساوي $k=1300kN/m'$، أوجد:



أ. نسبة التخامد ξ،

ب. دور الاهتزاز التخامدي T_D،

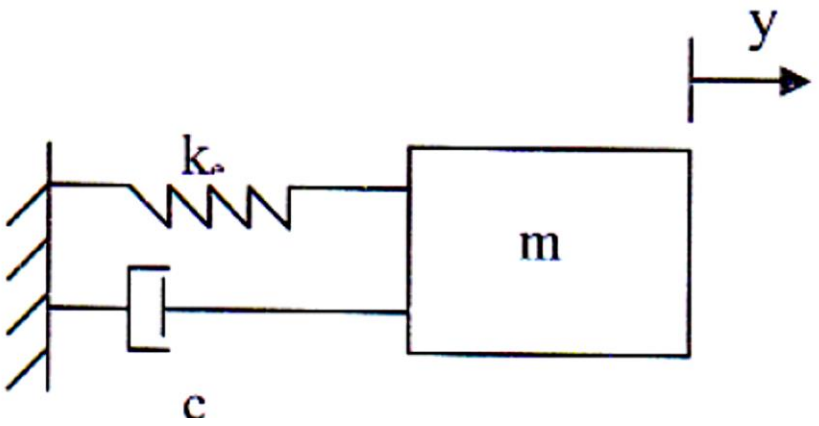
ج. التناقص اللوغارتمي،

د. النسبة بين سعتين متتاليتين.

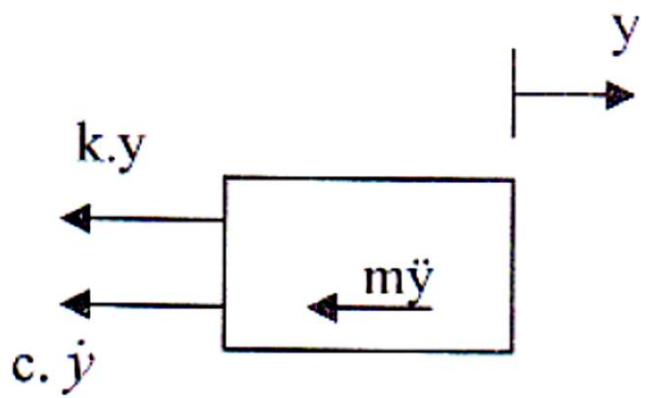
Eng. Suzan Haj Suliman

Eng. Suzan Haj Suliman

الحلّ:



النموذج الرياضي



مخطط الجسم الحرّ

$k_1 = 1300X10^3\ N/m' \Rightarrow k_e = 4k = 4X1.3X10^6 = 5.2X10^6\ N/m'$

$c.\dot{y} = F \Rightarrow c\ X\ 0.0025 = 450 \Rightarrow c = 18X10^4\ N.sec/m'$

$$c_{cr} = \frac{2k_e}{\omega} = 416\times10^3\ N.\text{sec}/m' \Rightarrow \xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{18\times10^4}{416\times10^3} = 0.433$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} = 25\times\sqrt{1-0.433^2} = 22.5 \quad rad/\sec$$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{22.54} = 0.279\sec$$

$$\delta = \frac{2\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2\times 0.433\times\pi}{\sqrt{1-0.433^2}} = 3.018$$

وتكون النسبة بين سعتين متتاليتين:

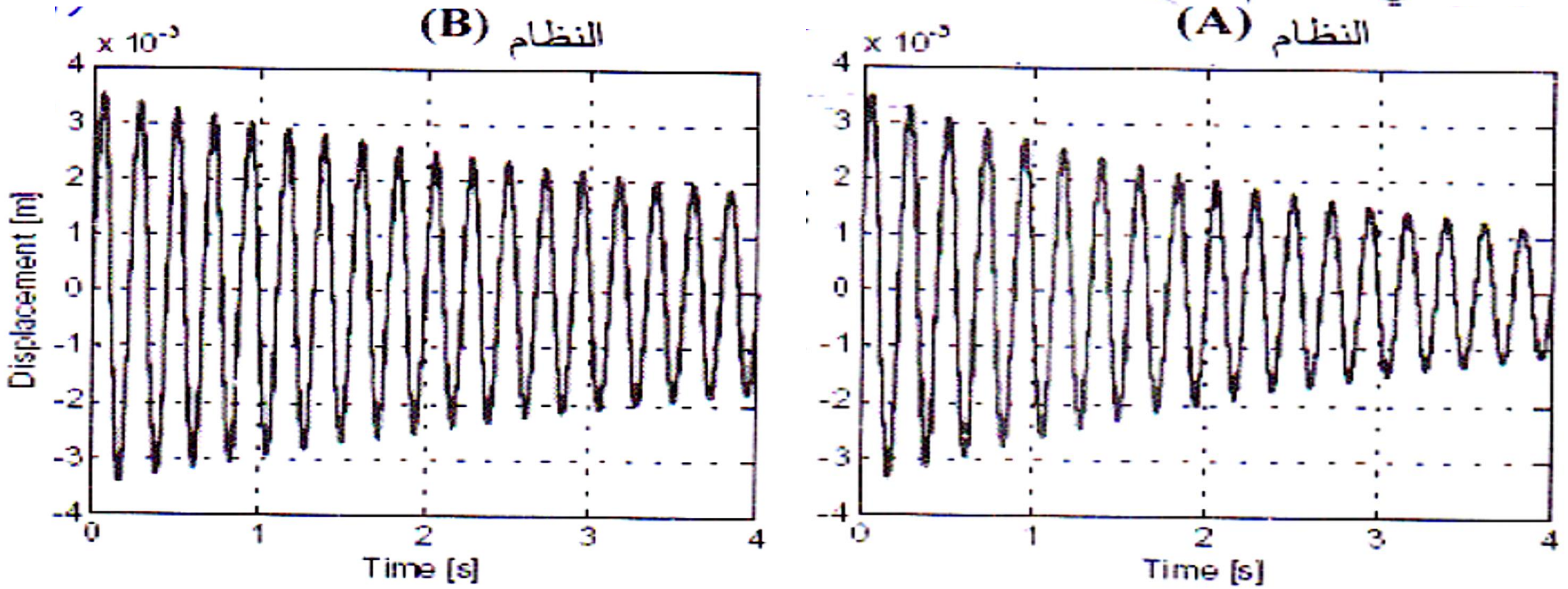
$$\delta = \ln\frac{y_1}{y_2}$$

$$3.018 = \ln\frac{y_1}{y_2} \Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = e^{3.018} = 20.45$$

Eng. Suzan Haj Suliman

Homework No.(5)

عند رصد استجابة منشأ في موقعين مختلفين من حيث درجة الحرارة والرطوبة مع اعتبار الشروط الابتدائية هي نفسها يصبح لدينا نظامان مختلفان من حيث الاستجابة (A, B) كما هو موضح في الشكل المرفق، أ- أي تكون نسبة التخامد في النظامين أقل، ب- أوجد نسبة التخامد في النظام (A).



Eng. Suzan Haj Suliman